Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет»

Кафедра строительной механики

Игнатюк В.И., Сыроквашко И.С.

**О ВЕЛИЧИНЕ КОЭФФИЦИЕНТА НЕРАВНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ**

**ПРИ ИЗГИБЕ**

Методические материалы

Брест, 2015

**Содержание**

**Введение**…………………………………………………………………………4  
**Получение зависимостей и значений коэффициента**

**неравномерности распределения касательных напряжений для**

**различных поперечных сечений при изгибе**…………………………….....5  
1 Круглое сечение……………………………………………………………….5  
2 Полукруглое сечение………………………………………………………....5  
3 Круглое сечение со срезанными сегментами……………………………….6  
4 Сечение в виде правильного шестиугольника…………………………...…..8  
5 Полое прямоугольное сечение…………………………………………….….9  
6 Полое ромбическое сечение…………………………………………….…...10  
7 Двутавровое сечение, состоящее из прямоугольных полос……………….12  
8 Треугольное сечение………………………………………………………....14  
9 Трапецеидальное сечение…………..………………………………………..14  
10 Тавровое сечение…………...……………………………………………….16  
11 Кольцевое сечение…………………………………………………..………17  
**Заключение**……………………………………………………………..……...19  
**Список использованных источников**…………………………………...….20

**Введение**

При определении в изгибаемых системах потенциальной энергии, работы внутренних сил, перемещений от внутренних нагрузок с учётом влияния поперечных сил в расчёт вводится коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе, величина которого определяется выражением:

, (1)

где *A*, *I* – площадь и момент инерции поперечного сечения элемента;  
*b* – ширина (закон изменения ширины) поперечного сечения;   
– статический момент отсечённой части сечения относительно центральной оси.

В известной учебной и справочной литературе [1–23] по строительной механике и сопротивлению материалов значения коэффициента *k* приводятся для весьма ограниченного числа сечений – для прямоугольного сечения   
(*k* =1,2), для прокатных двутавров (приближённая формула – ,  
где *А* – общая площадь поперечного сечения, а – площадь вертикальной стенки двутавра), для круглого поперечного сечения. Причём в ряде случаев для одинаковых сечений в разных литературных источниках приводятся разные, часто существенно отличающиеся, значения коэффициента неравномерности распределения касательных напряжений *k.* Так для круглого сечения в работах [1, 4–6, 13, 18, 21, 22] значение коэффициента *k*  приведено равным 10/9, в [3, 7, 9, 14, 16, 17, 20] – *k =* 32/27, в [8, 23] – *k* = 32/37. В работе [5] для двутавров (имеется в виду, вероятно, для прокатных двутавров) значение коэффициента *k* приведено равным 3,14, в остальных работах для прокатных двутавров приводится приближённая формула , при вычислении по которой величина *k* может существенно отличаться от 3,14. В работах [5, 21] значение *k* для тонкостенного кольца приведено равным 2, хотя о том, какое кольцо понимается под тонкостенным, ничего не говорится.

Цель данной работы уточнить значения коэффициента неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе *k* для круглого и двутаврового сечений и получить выражения для определения этого коэффициента, а также его значения для ряда поперечных сечений, не встречающихся в литературе.

Ниже приведены формы рассмотренных сечений и полученные для них выражения и значения коэффициента неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе.

**Получение зависимостей и значений коэффициента неравно-  
мерности распределения касательных напряжений для   
различных поперечных сечений при изгибе**

**1 Круглое сечение**



Рис. 1

; ; ; ;

; ; ;



 (2)

**2 Полукруглое сечение**



Рис. 2

; ; ; ;







; ; ; ;



**3 Круглое сечение со срезанными сегментами**



Рис. 3

;







;

; ; ;

;



При  получим круглое поперечное сечение и *k* = 10/9.

При – *k* = 1,132.

**4 Сечение в виде правильного шестиугольника**



Рис. 4

;

;

;

;

;

**5 Полое прямоугольное сечение**



Рис. 5

; ;

  ;

;

  ;

;

;





Данное выражение полностью совпадает с полученным для такого же сечения в [10].

Если принять  и , то будем иметь прямоугольное поперечное сечение и по выражению (6) получим *k* = 6/5.

Для  и  получим *k* = 1,289; для  и  – *k* = 1,548, а для  – *k* = 1,9603.

**6 Полое ромбическое сечение**



Рис. 6

; ;

 



 ;



 ;



;





При , т.е. для сплошного ромбического сечения получим .

Для  и  будем иметь *k* = 1,11.

**7 Двутавровое сечение, состоящее из прямоугольных полос**



Рис. 7









 ;

;



;

;

;

 (8)

При  или будем иметь прямоугольное поперечное сечение, для которого получим *k* = 6/5 = 1,2.

Для , ,  и , что соответствует прокатному двутавру № 20, по выражению (8) получим *k* =2,573. По формуле  для этого же двутавра будем иметь .

Аналогично, например, для прокатного двутавра № 40 получим , для двутавра № 50 –  и т.д.

Утверждение в [5], что для двутавров *k* = 3,14, неверно.

Заметим, что результаты вычисления коэффициента *k* по формуле (8) для двутаврового сечения и по формуле (6) для полого прямоугольного сечения при  и полностью совпадают.

**8 Треугольное сечение**



Рис. 8

; ;

;

;

 (9)

**9 Трапецеидальное сечение**



Рис. 9

;

; ;

;



 . (10)

В (10) обозначено:

; ; ;

; ;

; ,

где .

Вычисление коэффициента *k* по приведённой формуле показывает, что при изменении  от 0 до 1 (0<<1), то есть в пределах между граничными для трапеции случаями, соответствующими треугольному и прямоугольному сечениям, коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений изменяется от 1,2 до 1,2 с небольшим увеличением этого значения в промежутке; при этом максимальное значение *k* достигается при , которое при этом равно 1,2042785 и, как видим, отличается от значения 1,2 на 0,357%, то есть незначительно. Поэтому в практических расчётах значение коэффициента *k* для любых трапецеидальных сечений может приниматься равным 1,2.

Заметим, что непосредственно из выражения (10) нельзя получить величины коэффициента  *k* для прямоугольного и треугольного сечений, так как в процессе получения этого выражения производились преобразования, недопустимые при  и . Однако при выполнении преобразований исходных соотношений (10) с учётом  и  в каждом из этих случаев отдельно получим значения *k*  соответственно для прямоугольного и треугольного сечений, равные в обоих случаях 1,2.

**10 Тавровое сечение**



Рис. 10

; ;

;

; ;

;

;





При , а также при ,  и при , , получаем прямоугольное сечение и *k* = 1,2. Для , ; ,  коэффициент *k* получаем равным 1,83265, а для , ; ,  – *k* = 1,8.

**11 Кольцевое сечение**



Рис.11







  

 



При  по этой формуле получаем для сплошного круглого сечения  
*k* = 10/9 =1,1111. Для кольцевых сечений при  получаем *k* = 1,1191; при  получаем ; при  – ; при –  и при  получаем, что коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе стремиться к 1,5.

**Заключение**

Анализируя представленные выше результаты, можно утверждать, что, действительно, величина коэффициента неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе для простых сечений зависит только от формы поперечных сечений, что отмечается во многих работах [2,4,11,12,14,15], и является для каждой из таких форм сечений постоянной величиной, равной:

* для прямоугольного и треугольного сечений – *k* = 1,2;
* для круглого сечения – *k* = 10/9;
* для полукруглого сечения – *k* = 1,1617;
* для правильного шестиугольного сечения – *k* = 1,1097;
* для ромбического сечения – *k* = 31/30;
* для трапецеидального сечения – *k* ≈ 1,2.

Для сложных сечений, состоящих из нескольких простых фигур, таких как двутавровое, тавровое, полое прямоугольное, полое ромбическое, кольцевое, круглое со срезанными сегментами и т.п., величина коэффициента неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе *k* зависит от соотношений размеров простых фигур, составляющих такие сечения.

В работе получены выражения для вычисления коэффициента неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе для двутаврового (8), таврового (11), полого прямоугольного (6), полого ромбического (7), круглого со срезанными сегментами (4) и кольцевого (12) сечения.

Заметим, что если для сложных сечений под сечениями определённой формы понимать такие, для которых при изменении размеров сечений остаются неизменными соотношения между размерами составляющих их простых фигур, а при изменении этих соотношений считать, что изменяется форма сечений, то можно говорить, что и для сложных сечений величина коэффициента неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе зависит только от формы поперечных сечений. Для каждого из таких сечений определённой формы независимо от их размеров величина коэффициента *k* будет константой, значение которой несложно определить по представленным выше выражениям, подставив в них соответствующие заданной форме сечения соотношения между размерами простых элементов.

**Список использованных источников**

1. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев. – Москва: Гостехиздат, 1965. – 856 с.
2. Бурчаков, Ю.И. Строительная механика / Ю.И. Бурчаков, В.Е. Гнедин, В.М. Денисов. – Москва: Высшая школа, 1983. – 255 с.
3. Дарков, А.В. Статика сооружений / А.В. Дарков, В.П. Кузнецов. – Москва: Трансжелдориздат, 1951. – 530 с.
4. Дарков, А.В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – Москва: Высшая школа, 1969. – 734 с.
5. Долинский, Ф.В. Краткий курс сопротивления материалов / Ф.В. Долинский, М.Н. Михайлов. – Москва: Высшая школа, 1969. – 432 с.
6. Ицкович, Г.М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов / Г.М. Ицкович, А.И. Винокуров, Л.С. Минин. – Москва: Высшая школа, 1970. – 544 с.
7. Киселов, В.А. Строительная механика. Общий курс / А.В. Киселов. – Москва: Стройиздат, 1986. – 520 с.
8. Мухин, Н.В. Статика сооружений / Н.В. Мухин, А.Н. Першин, Б.А. Шишман. – Москва: Высшая школа, 1980. – 343 с.
9. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов / И.Н. Миролюбов [и др.]. – Москва: Высшая школа, 1985. – 399 с.
10. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов / И.Н. Миролюбов [и др.]. – Москва: Высшая школа, 1969. – 482 с.
11. Рабинович, И.М. Курс строительной механики стержневых систем: в 2 ч. / И.М. Рабинович. – Т. II: Статически неопределимые системы. – Москва: Госстройиздат, 1954. – 392 с.
12. Ржаницын, А.Р. Строительная механика / А.Р. Ржаницын. – Москва: Высшая школа, 1991. – 438 с.
13. Рудицын, М.Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов / М.Н. Рудицын, П.Я. Артемов, М.И. Любошиц. – Минск: Вышэйшая школа, 1970. – 628 с.
14. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (статика стержневых систем) / под ред. Г.К. Клейна. – Москва: Высшая школа, 1980. – 318 с.
15. Снитко, Н.К. Строительная механика / Н.К. Снитко. – Москва: Высшая школа, 1980. – 431 с.
16. Сопротивление материалов / под ред. Г.С. Пасаренко. – Киев: Вища школа, 1986. – 775 с.
17. Справочник проектировщика промышленных, жилых, общественных зданий и сооружений. Расчётно-теоретический: в 2 кн. / под ред. А.А. Уманского. – Москва: Стройиздат, 1977. – 415 с.
18. Строительная механика / под ред. А.В. Даркова. – Москва: Высшая школа, 1976. – 600 с.
19. Строительная механика летательных аппаратов / под ред. И.Ф. Образцова. – Москва: Машиностроение, 1986. – 536 с.
20. Тимко, И.А. Статика сооружений / И.А. Тимко. – Харьков: Издательство Харьковского университета, 1969. – 372 с.
21. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – Москва: Наука, 1979. – 559 с.
22. Фесик, С.П. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Будiвельник, 1982. – 280 с.
23. Шишман, Б.А. Статика сооружений / Б.А. Шишман. – Москва: Стройиздат, 1988. – 384 с.